

Utilisation d'axes médians pour le maillage quadrangulaire structuré par blocs

Block-structured quadrilateral meshing using colored medial axis

Tristan Cheny, Etienne Corman, Nicolas Ray, Franck Ledoux, Dmitry Sokolov

English Abstract—Block-structured meshes are widely used in high-performance computing due to their efficiency in numerical simulations, memory access, and domain partitioning for parallel processing. Medial-axis-based algorithms have been considered as a promising approach for automatically decomposing a domain into quadrilateral blocks while ensuring minimal singular vertices. TopMaker [8] is a notable example, providing a robust decomposition strategy. However, it suffers from limitations such as the capture of curved block boundaries, poor geometric quality, and the presence of non-quadrilateral blocks. We propose an improved block decomposition method that enhances TopMaker by integrating integer optimization for subdivision selection and incorporating additional singular nodes to better approximate the domain geometry. Our approach assigns a mesh template to each point of the medial axis, greatly improving the block quality while ensuring a valid conform quadrilateral decomposition. We evaluate our approach on a large range of 2D domains and demonstrate its ability to generate high-quality block-structured meshes. Our method also extends to multi-material models with intricate internal constraints. The results highlight the robustness, efficiency, and practicality of our method for automated quadrilateral block decomposition.

1 INTRODUCTION

Un maillage est la décomposition d'un domaine géométrique en éléments simples, ou mailles. C'est un mode de discrétisation spatiale largement utilisé en simulation numérique. De nombreux codes de calcul privilégient les maillages quadrangulaires structurés par blocs (MQSB), qui consistent en une décomposition en sous-domaines quadrangulaires ayant chacun la structure d'une grille régulière (Figure 4-droite). La génération de MQSBs est cependant difficile, et la conception d'algorithmes qui soient à la fois automatiques, robustes et produisant des résultats de bonne qualité (c'est-à-dire des quadrilatères aux angles proches de $\pi/2$ et aux arêtes de longueurs uniformes), constitue un sujet de recherches actif. Dans l'état de l'art, les méthodes basées sur l'axe médian (voir Section 2 pour une définition) offrent des résultats prometteurs [2], [3], [5]–[12]. La plupart de ces méthodes exploitent la topologie de l'objet médian pour décomposer le domaine d'étude en blocs polygonaux simples, puis en extraient un MQSB. Elles sont automatiques et garantissent un résultat valide, mais délaissent en général les propriétés géométriques de l'axe médian, avec des conséquences sur la qualité des maillages [2], [3]. Dans ce contexte, le travail présenté ici propose une méthode automatique et robuste de génération de MQSBs de haute qualité,

basée sur l'exploitation des propriétés topologiques et géométriques de l'axe médian.

2 L'AXE MÉDIAN

L'axe médian d'un domaine borné $D \subset \mathcal{R}^2$ est défini comme l'ensemble des centres des cercles inscrits maximaux de D , *i.e.* inclus dans D et tangents à sa frontière ∂D en au moins deux points (Figure 1, cercle vert). Les cercles inscrits maximaux définissent également les **rayons médians** r_m ainsi que l'**angle médian** $\theta_m \in [0, \pi]$ (voir Figure 1).

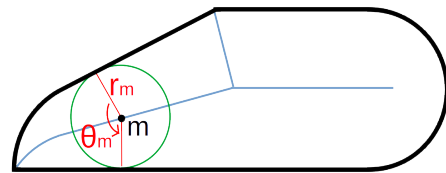


Fig. 1: Objets médians.

La valeur de l'angle médian est liée à la forme générale d'un maillage quadrangulaire [2] (Figure 2).

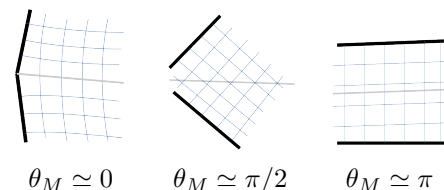


Fig. 2: L'axe médian (en gris) tend à s'aligner ou bien avec les arêtes des mailles (gauche, droite), ou bien avec leurs diagonales (milieu).

- *Tristan Cheny, Nicolas Ray, Dmitry Sokolov: LORIA*
E-mail: [tristan.cheny,nicolas.ray,dmitry.sokolov]@loria.fr.
- *Etienne Corman : CNRS*
E-mail: etienne.corman@cnrs.fr.
- *Franck Ledoux : CEA*
E-mail: franck.ledoux@cea.fr.

3 NOTRE ALGORITHME

Basé sur cette observation, notre algorithme se structure comme suit.

- 1) Segmenter l'axe médian et décomposer D en traçant les rayons médians.
- 2) Caractériser, conformément à la Figure 2, les différents segments (vert: θ_m proche de π , rouge: θ_m proche de $\pi/2$, gris: θ_m proche de 0. D'autres couleurs sont utilisées, sans être évoquées ici pour ne pas alourdir le propos).
- 3) Mailler le sous-domaine associé à chaque segment avec un template bien choisi selon sa couleur.
- 4) Extraire du maillage non conforme obtenu un maillage valide, en résolvant un problème d'optimisation en nombres entiers, ou quantisation [1].

Ces étapes successives sont schématisées ci-dessous.

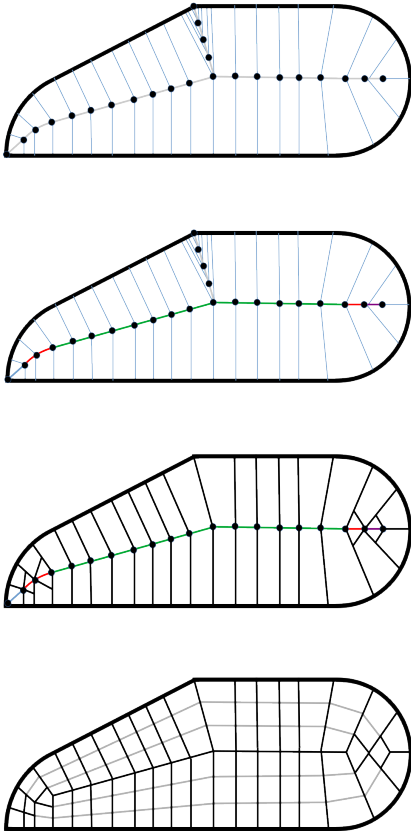


Fig. 3: Étapes de l'algorithme.

4 RÉSULTATS

Notre algorithme a été testé avec succès sur l'ensemble des surfaces 2D de la base de donnée MAMBO [4]. Il a été comparé avec une méthode proche [8] et s'est montré plus performant. Il a aussi été testé sur plusieurs modèles avec des contraintes internes d'alignement (par exemple Figure 5). Notre méthode se généralise en effet facilement à ce type de

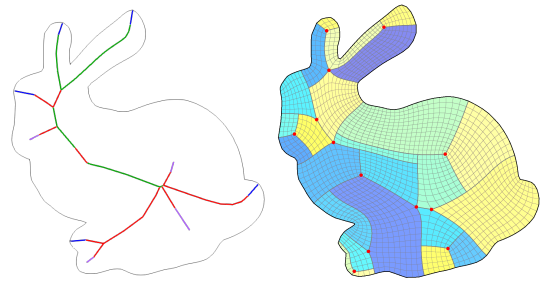


Fig. 4: Exemple de résultat.

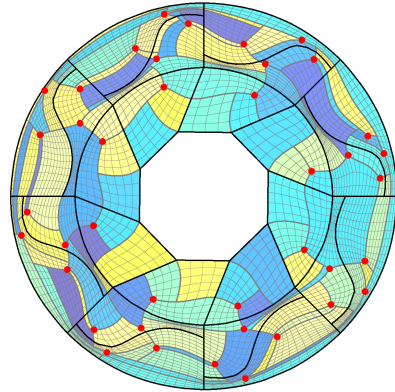


Fig. 5: Maillage construit par notre algorithme pour un modèle avec des contraintes internes d'alignement. Les contraintes sont représentées par les arêtes noires.

modèle : il suffit de considérer les contraintes internes comme des frontières lors de la construction de l'axe médian.

5 LIMITATIONS

La qualité des maillages obtenus est très satisfaisante en l'absence de coins concaves sur ∂D , mais se dégrade à proximité de ces derniers. Il est cependant possible d'améliorer la qualité des mailles avec du lissage. Par ailleurs, la qualité du maillage final dépend fortement de la qualité de l'axe médian, qui est très sensible au bruit. Pour cette raison, notre algorithme est performant sur les géométries de type CAO, mais peine lorsque le modèle d'entrée est bruité. Nous précisons que dans notre implémentation, nous construisons l'axe médian avec une méthode de type Voronoï [13].

6 CONCLUSION

Bien que souffrant encore de limitations, notre méthode donne des résultats encourageants et ouvre diverses perspectives, comme une meilleure gestion des géométries multidomaines ou la résolution à l'aide de l'axe médian de cycle limites (cas de non-existence d'une solution à un problème de quantisation). Nous pensons de plus que notre méthode, aujourd'hui limitée aux surfaces planes, pourrait se généraliser aux surfaces courbes plongées dans \mathcal{R}^3 .

REFERENCES

- [1] M. Campen, D. Bommers, and L. Kobbelt. Quantized global parametrization. *Acm Transactions On Graphics (tog)*, 34(6):1–12, 2015.
- [2] H. J. Fogg, C. G. Armstrong, and T. T. Robinson. New techniques for enhanced medial axis based decompositions in 2-d. *Procedia Engineering*, 82:162–174, 2014.
- [3] H. J. Fogg, C. G. Armstrong, and T. T. Robinson. Enhanced medial-axis-based block-structured meshing in 2d. *Computer-Aided Design*, 72:87–101, 2016. 23rd International Meshing Roundtable Special Issue: Advances in Mesh Generation.
- [4] F. Ledoux. Mambo. URL: <https://gitlab.com/franck.ledoux/mambo>, 2022.
- [5] Y. Lv, B. Jia, Y. Yan, C. G. Armstrong, T. T. Robinson, and L. Sun. Enhanced block-structured quadrilateral mesh generation: integrating cross-field and distance field for optimal domain decomposition. *Engineering with Computers*, pages 1–16, 2024.
- [6] L. R. Nackman and V. Srinivasan. Method of generating finite elements using the symmetric axis transform, Jan. 10 1989. US Patent 4,797,842.
- [7] W. R. Quadros. Laytracks3d: A new approach for meshing general solids using medial axis transform. *Computer-Aided Design*, 72:102–117, 2016. 23rd International Meshing Roundtable Special Issue: Advances in Mesh Generation.
- [8] D. Rigby. Topmaker: A technique for automatic multi-block topology generation using the medial axis. In *Fluids Engineering Division Summer Meeting*, volume 36967, pages 1991–1997, 2003.
- [9] L. Sun, C. G. Armstrong, T. T. Robinson, and D. Papadimitrakakis. Quadrilateral multiblock decomposition via auxiliary subdivision. *Journal of Computational Design and Engineering*, 8(3):871–893, 05 2021.
- [10] T. Tam and C. G. Armstrong. 2d finite element mesh generation by medial axis subdivision. *Advances in engineering software and workstations*, 13(5-6):313–324, 1991.
- [11] H. Xia and P. G. Tucker. Fast equal and biased distance fields for medial axis transform with meshing in mind. *Applied Mathematical Modelling*, 35(12):5804–5819, 2011.
- [12] J. Xu, F. Chen, and J. Deng. Two-dimensional domain decomposition based on skeleton computation for parameterization and isogeometric analysis. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 284:541–555, 2015. Isogeometric Analysis Special Issue.
- [13] X. Yu, J. A. Goldak, and L. Dong. Constructing 3-d discrete medial axis. In *Proceedings of the first ACM symposium on Solid modeling foundations and CAD/CAM applications*, pages 481–489, 1991.