

# Rendu pour la simulation de fluide basée transport optimal semi-discret partiel

Rendering for Fluid Simulation based on Semi-Discrete Partial Optimal Transport

Cyprien Plateau–Holleville et Bruno Lévy

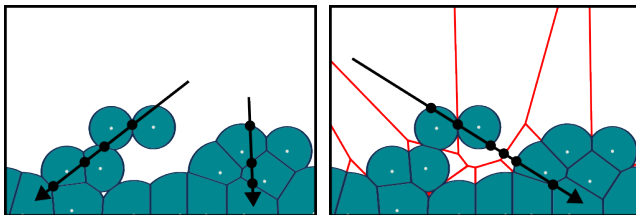
**English Abstract**—We present a rendering pipeline for fluid simulations based on Partial Optimal Transport strategies such as the Gallouët–Mérigot’s scheme or the Power particle method. Such strategies previously relied on a discretization of the cells by leveraging a classical convex cell clipping algorithm resulting in a heavy computational cost and a coarse approximation of the evaluated quantities. In contrast, our algorithm efficiently computes the intersection between Voronoï cells and their bounding shells shaped as spheres. Based on this geometry, we propose a rendering strategy allowing the display of the fluid without requiring additional acceleration structure.

## 1 RÉSUMÉ

Les simulations de fluides basées sur des méthodes de transport optimal semi-discret, comme le schéma de Gallouët–Mérigot [2], proposent de nombreux avantages comme la conservation du volume fluide simulé, mais aussi une formulation adaptée à des effets variés. Elles sont de plus caractérisées par une géométrie sous-jacente définie par un diagramme de puissance dont la structure permet une définition précise du volume du fluide, mais aussi de la surface de celui-ci, complexe à obtenir avec d’autres types de simulation lagrangienne.

À partir de ces fondations mathématiques, des travaux précédents ont proposé différentes méthodes visant à simuler des fluides sans que celui-ci ne remplisse l’entièreté du domaine [1], [3], [6]. Ces stratégies requièrent cependant le suivi de la surface afin

- Cyprien Plateau–Holleville: Inria Saclay  
E-mail: cyprien.plateau-holleville@inria.fr.
- Bruno Lévy: Inria Saclay  
E-mail: bruno.levy@inria.fr.



(a) Les cellules du fluide peuvent directement être traversées par un rayon. (b) Si plusieurs intersections sont requises, le diagramme de puissance complet peut être utilisé.

Fig. 1: Illustration de notre méthode d’affichage du fluide. La géométrie du fluide est caractérisée par des cellules d’un diagramme de Puissance, contraintes aux sphères portées par les sites correspondants.

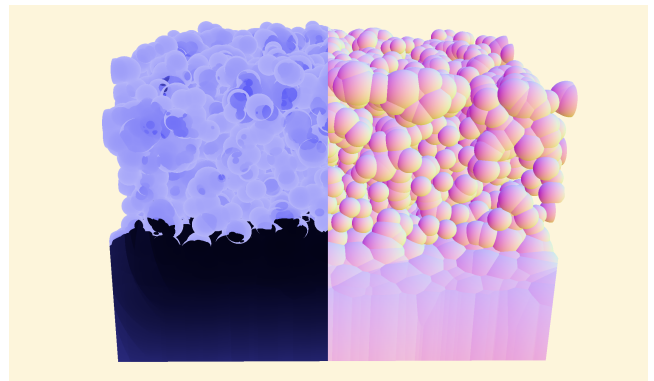


Fig. 2: Rendu obtenu à partir de notre méthode. (Gauche) Profondeur calculée. (Droite) Normales obtenues à la surface des cellules.

de positionner des particules fantômes, ou encore la discrétisation du volume des cellules dont la précision et les performances sont directement liées à la finesse de l’approximation. D’autres approches hybrides [4], [5] ont aussi été présentées, mais nécessitent le calcul d’une grille eulérienne en supplément de la représentation lagrangienne.

Dans ce contexte, nous proposons une méthode de calcul analytique des intersections entre les particules permettant un stockage plus léger, mais aussi plus précis. De plus, sur la base de cette nouvelle géométrie analytique caractérisant la surface libre du fluide, nous proposons une méthode d’affichage, basée sur le diagramme de Puissance et ne nécessitant pas d’autre structure accélératrice (Figure 1 et Figure 2).

## REFERENCES

- [1] F. de Goes, C. Wallez, J. Huang, D. Pavlov, and M. Desbrun. Power particles: an incompressible fluid solver based on power diagrams. *ACM Transactions on Graphics*, 34(4):1–11, July 2015.
- [2] T. O. Gallouët and Q. Mérigot. A lagrangian scheme à la brenier for the incompressible euler equations. *Foundations of Computational Mathematics*, 18(4):835–865, May 2017.

- [3] B. Lévy. Partial optimal transport for a constant-volume lagrangian mesh with free boundaries. *Journal of Computational Physics*, 451:110838, Feb. 2022.
- [4] Z. Qu, M. Li, F. De Goes, and C. Jiang. The power particle-in-cell method. *ACM Transactions on Graphics*, 41(4):1–13, July 2022.
- [5] Z. Qu, M. Li, Y. Yang, C. Jiang, and F. De Goes. Power plastics: A hybrid lagrangian/eulerian solver for mesoscale inelastic flows. *ACM Transactions on Graphics*, 42(6):1–11, Dec. 2023.
- [6] X. Zhai, F. Hou, H. Qin, and A. Hao. Fluid simulation with adaptive staggered power particles on gpus. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 26(6):2234–2246, June 2020.