

Un Solveur Pratique pour la Simplification Topologique de Données Scalaires

A Practical Solver for Scalar Data Topological Simplification

Mohamed Kissi, Mathieu Pont, Joshua A. Levine, Julien Tierny

English Abstract—This talk presents a practical approach for the optimization of topological simplification, a central pre-processing step for the analysis and visualization of scalar data. Given an input scalar field f and a set of "signal" persistence pairs to maintain, our approach produces an output field g that is close to f and which optimizes (i) the cancellation of "non-signal" pairs, while (ii) preserving the "signal" pairs. In contrast to pre-existing simplification algorithms, our approach is not restricted to persistence pairs involving extrema and can thus address a larger class of topological features, in particular saddle pairs in three-dimensional scalar data. Our approach leverages recent generic persistence optimization frameworks and extends them with tailored accelerations specific to the problem of topological simplification. Extensive experiments report substantial accelerations over these frameworks, thereby making topological simplification optimization practical for real-life datasets. Our approach enables a direct visualization and analysis of the topologically simplified data, e.g., via isosurfaces of simplified topology (fewer components and handles). We apply our approach to the extraction of prominent filament structures in three-dimensional data. Specifically, we show that our pre-simplification of the data leads to practical improvements over standard topological techniques for removing filament loops. We also show how our approach can be used to repair genus defects in surface processing. Finally, we provide a C++ implementation for reproducibility purposes. This paper was accepted to IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (TVCG), 2024, and presented at IEEE VIS 2024.



1 INTRODUCTION

La simplification topologique est une étape essentielle dans l'analyse et la visualisation de champs scalaires. Elle permet d'éliminer les structures jugées peu significatives, souvent liées au bruit ou à des artefacts numériques, tout en préservant les entités topologiques porteuses d'information. Dans de nombreux cas, ces structures sont identifiées via le diagramme de persistance, qui offre une hiérarchisation naturelle des entités en fonction de leur "importance topologique".

Le travail que nous présentons repose sur une approche d'optimisation récente, visant à générer un champ de sortie topologiquement simplifié, mais proche du champ initial. Contrairement aux approches classiques, notre méthode ne se limite pas aux paires critiques extrémales (minimum/maximum), mais traite aussi efficacement les paires selle-extremum, ce qui permet de prendre en compte une plus grande variété de structures dans les données 3D.

L'objectif de ce résumé est de présenter les principaux éléments de notre approche, ses avantages pratiques, ainsi que des exemples d'applications con-

crètes dans l'analyse de structures filamenteuses en 3D.

2 MÉTHODOLOGIE

Notre méthode repose sur un formalisme d'optimisation linéaire par morceaux appliqué aux paires de persistance à simplifier. Elle s'appuie sur des cadres récents d'optimisation de la persistance (persistence-based optimization), que nous avons étendus pour répondre aux contraintes spécifiques de la simplification topologique.

Nous introduisons deux accélérations clés dans notre méthode : l'une pour le calcul du diagramme de persistance, l'autre pour l'appariement des paires de points critiques. Ces optimisations permettent de traiter efficacement des jeux de données de grande taille tout en maintenant une haute précision dans la simplification.

Notre méthode est disponible dans le Topology ToolKit (TTK) [3], une bibliothèque open source largement utilisée pour l'analyse topologique et la visualisation scientifique. Cette intégration garantit une compatibilité directe avec des environnements tels que ParaView, tout en bénéficiant de l'écosystème TTK pour la reproductibilité, la performance et la facilité d'utilisation. Notre algorithme est déterministe, rapide, et reproductible.

3 RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Nous avons évalué notre méthode sur plusieurs cas d'usage issus de la visualisation scientifique, notamment :

- *Mohamed Kissi: CNRS et Sorbonne Université*
E-mail: mohamed.kissi@sorbonne-universite.fr.
- *Mathieu Pont: CNRS et Sorbonne Université*
E-mail: mathieu.pont@sorbonne-universite.fr.
- *Joshua A. Levine: Université d'Arizona*
E-mail: josh@cs.arizona.edu
- *Julien Tierny: CNRS et Sorbonne Université*
E-mail: julien.tierny@sorbonne-universite.fr.

- la simplification de structures filamenteuses dans des champs scalaires 3D Figure 1,
- la correction de défauts topologiques dans des isosurfaces complexes Figure 2,
- et la préparation de données pour des étapes d'analyse ou de visualisation en aval.

Les résultats montrent que notre approche permet :

- une réduction significative du bruit topologique,
- une meilleure lisibilité des visualisations obtenues,
- et surtout, des temps de calcul réduits de manière significative grâce aux accélérations intégrées.

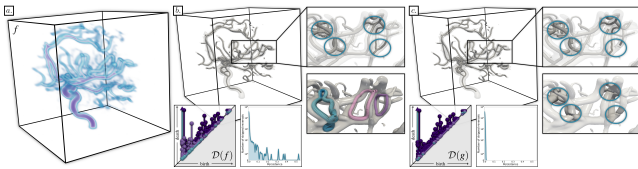


Fig. 1. Étant donné un champ scalaire f acquis sur un réseau d'artères (a), la structure centrale des vaisseaux sanguins peut être extraite (filaments gris, (b)) à l'aide de lignes intégrales discrètes ascendantes, démarrées depuis des selles d'indice 2 avec une valeur supérieure à 0,1 (isovaleur représentant la géométrie des vaisseaux, visualisée en isosurface transparente). Cependant, comme le montre le diagramme de persistance $D(f)$, f contient de nombreuses paires de selles (barres violettes claires), correspondant à des générateurs persistants de dimension 1 [1], [2] (courbes colorées selon leur persistance, zoom en bas, (b)), ce qui génère des boucles incorrectes dans les structures de filaments (zoom en haut). Dans cet exemple, les techniques classiques de simplification de champ de gradient (par exemple, l'inversion de connexions de selles) ne permettent pas de supprimer ces boucles parasites tout en conservant un gradient valide (b), comme le montre l'histogramme en bas (nombre d'inversions ignorées en fonction de la persistance). Notre approche permet de générer efficacement une fonction g , proche de f , qui optimise l'annulation des paires de selles tout en préservant les autres caractéristiques ($D(g)$). Cela permet la visualisation et l'analyse directe des données simplifiées (c), où les poignées de l'isurface ont été supprimées (zoom en bas) et où la majorité des boucles de filaments parasites ont été simplifiées (zoom en haut).

4 CONCLUSION

Nous avons présenté une méthode pratique et efficace pour la simplification topologique de données scalaires, fondée sur des techniques récentes d'optimisation de la persistance. Contrairement aux approches classiques, notre méthode traite un spectre plus large de paires topologiques (notamment les

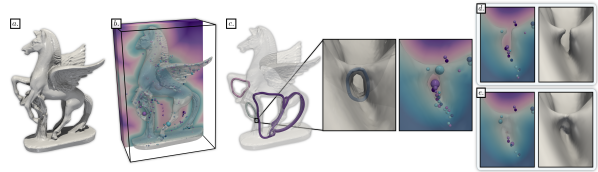


Fig. 2. Suppression d'une poignée parasite sur une surface acquise S (a). Tout d'abord, le champ de distance signée f est calculé à partir de S (b). f est représenté avec une carte de couleurs sur le volume découpé, et ses simplexes critiques sont colorés selon leur dimension, chacun étant représenté par une sphère de rayon proportionnel à leur persistance. L'extraction des générateurs persistants de dimension 1 [1], [2] (c), colorés par persistance) révèle l'existence d'un générateur court dans f , correspondant à un petit défaut de poignée sur S (sous le sabot avant gauche de Pégase, voir les zooms en encadré). Notre méthode permet de corriger ce défaut en simplifiant la paire de selles correspondante, soit par *coupure* (d), en utilisant uniquement le gradient de *birth*), soit par *remplissage* (e), en utilisant uniquement le gradient de *death*).

paires selles-extrema), ce qui permet une simplification fine et contrôlée des données 3D.

L'approche est suffisamment rapide pour des applications concrètes sur des données volumineuses, grâce à des accélérations algorithmiques ciblées. Intégrée dans la bibliothèque TTK, elle est directement utilisable dans ParaView, rendant son adoption accessible sans effort particulier.

Nous avons également montré que cette simplification améliore plusieurs tâches de traitement et de visualisation, comme l'extraction de structures filamenteuses ou la correction de défauts topologiques sur les surfaces.

REFERENCES

- [1] P. Guillou, J. Vidal, and J. Tierny. Discrete Morse Sandwich: Fast Computation of Persistence Diagrams for Scalar Data – An Algorithm and A Benchmark. 30(4):1897–1915, 2023.
- [2] F. Iuricich. Persistence cycles for visual exploration of persistent homology. 2021. <https://github.com/Iuricich/PersistenceCycles>.
- [3] J. Tierny, G. Favelier, J. A. Levine, C. Gueunet, and M. Michaux. The Topology ToolKit. 24(1):832–842, 2017. <https://topology-tool-kit.github.io/>.